ANTHOR
Education and Learning Journal
https://anthor.org/index.php/anthor
Email. anthor.Jurnal@gmail.com
E-ISSN: 2963 –198X P-ISSN: 2963–2498 | Volume 5 Nomor 2 Tahun 2026
Halaman: 166 - 173

Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa dalam Mata Kuliah Geometri Deskriptif

Informasi Naskah

Lilis Mariyatul Fitriyah[1]
Mohammad Nurul Hajar[2]

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Sumenep, Indonesia

lilisut2013@gmail.com[1]
h4j4r.mn@gmail.com[2]

Abstrak
Penelitian kualitatif ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam mata kuliah Geometri Deskriptif. Subjek penelitian ini adalah dua orang mahasiswa yang mewakili kategori kemampuan matematis sedang dan cenderung tinggi yang dipilih melalui teknik *purposive sampling*. Data dikumpulkan melalui tes kemampuan pembuktian matematis. Analisis data dilakukan dengan mendeskripsikan pembuktian matematis mahasiswa dengan memperhatikan indikator pembuktian matematis. Keabsahan data diperoleh melalui triangulasi teknik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kedua subyek memiliki kemampuan pembuktian matematis yang baik.

Kata Kunci:
Kemampuan Pembuktian Matematis, Geometri Deskriptif, Mahasiswa.

Abstract
This qualitative study aims to analyze university students' mathematical proof abilities in a Descriptive Geometry course. The subjects of this study were two students representing the moderate and relatively high levels of mathematical ability, selected using purposive sampling. Data were collected through a mathematical proof ability test. The data were analyzed by describing the students' mathematical proofs based on the indicators of mathematical proof. Data validity was established through technique triangulation. The results showed that both subjects demonstrated good mathematical proof abilities.

Key Word:
Mathematical Proof Ability, Descriptive Geometry, University Students.

Information Production:
© 2026 *by the authors of this article. This work is licensed under an Attribution-ShareAlike* 4.0 *International* (CC BY-SA 4.0)

PENDAHULUAN

Geometri deskriptif merupakan salah satu mata kuliah yang menuntut mahasiswa tidak hanya mampu memvisualisasikan objek-objek geometris dalam ruang, tetapi juga mampu menjelaskan dan mempertanggungjawabkan kebenaran suatu pernyataan geometris secara logis dan sistematis melalui pembuktian matematis. Kemampuan pembuktian matematis menjadi salah satu kemampuan berpikir tingkat tinggi yang esensial dalam pendidikan matematika. Melalui pembuktian mahasiswa dilatih untuk berpikir deduktif, menyusun argumen yang valid, serta mengonstruksi hubungan logis antara definisi, aksioma, postulat, dan teorema yang telah dipelajari sebelumnya.

Kemampuan mengonstruksi bukti matematis merupakan kemampuan penting yang harus dimiliki oleh mahasiswa program studi pendidikan matematika sebagai bekal ketika kelak berperan sebagai pendidik. Kajian tinjauan literatur sistematis menegaskan bahwa kemampuan pembuktian matematis berperan penting dalam mengembangkan pemahaman konseptual mahasiswa secara mendalam, sekaligus menjadi indikator kesiapan mahasiswa dalam mempelajari matematika tingkat lanjut (Dewi & Dasari, 2023; Wardani, Hasanah, &Rifa'I, 2024).

Meskipun demikian pentingnya kemampuan tersebut, berbagai hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan yang cukup signifikan. Penelitian terdahulu telah dilakukan pada berbagai mata kuliah, antara lain geometri, teori bilangan, analisis real, dan matematika diskrit. Kesulitan ini antara lain ditandai dengan kegagalan mahasiswa dalam menyusun bukti secara sintaksis akibat lemahnya kemampuan berpikir analitik; ketidakmampuan menghubungkan definisi, postulat, dan teorema secara logis; serta ketidakmampuan merumuskan kesimpulan menggunakan bahasa dan notasi matematika yang tepat (Dewi & Dasari, 2023; Mahfudy, 2017; Mujib, 2019).

Kemampuan matematis mahasiswa pada umumnya dikategorikan ke dalam beberapa level, yakni rendah, sedang, dan tinggi, berdasarkan pencapaian akademik maupun hasil tes kemampuan matematis. Mahasiswa dengan kemampuan matematis yang berbeda cenderung menunjukkan strategi, pola berpikir, dan kualitas argumen pembuktian yang berbeda pula (Erawati & Purwati, 2020). Faktor individual seperti

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

kemandirian belajar (self regulated learning) juga ditemukan berperan sebagai prediktor kemampuan pembuktian matematis calon guru matematika (Khusna & Miatun, 2024). Sedangkan tingkat resiliensi matematis turut mempengaruhi kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian (Hidayati & Wahyuni, 2020). Mahasiswa berkemampuan rendah pada umumnya belum mampu merumuskan kesimpulan dengan bahasa matematika sendiri maupun menghubungkan definisi, postulat, dan teorema secara logis. Sebaliknya, mahasiswa dengan kemampuan sedang cenderung tinggi diasumsikan telah memiliki dasar penalaran deduktif yang cukup baik. Akan tetapi tetap berpotensi menunjukkan variasi kualitas argumentasi, kelengkapan langkah pembuktian, maupun ketepatan penggunaan notasi formal, sehingga kajian mendalam terhadap kelompok kemampuan ini tetap diperlukan.

Fenomena tersebut menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa tidak dapat dipandang seragam, melainkan bervariasi sesuai dengan tingkat kemampuan matematis yang dimiliki masing-masing individu. Beberapa penelitian terdahulu telah mengkaji strategi pembuktian mahasiswa pada soal-soal geometri, baik melalui pendekatan sintaksis (syntactic proof production) maupun semantik (semantic proof production) (Mahfudy, 2017), serta melalui pendekatan deduktif pada mata kuliah geometri (Afandi & Angkotasan, 2021) dan pada materi geometri transformasi (Kumanireng, 2022). Namun demikian, kajian yang secara khusus menganalisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa berkemampuan sedang cenderung tinggi dalam konteks mata kuliah Geometri Deskriptif masih terbatas dan perlu ditelusuri lebih mendalam.

Materi dalam geometri deskriptif melibatkan konsep proyeksi, kedudukan titik-garis-bidang dalam ruang, serta perpotongan antarbidang. Seluruh materi tersebut memerlukan pemahaman konsep dasar geometri berupa unsur-unsur yang tidak didefinisikan (titik, garis, bidang), unsur-unsur yang didefinisikan, aksioma/postulat, serta teorema/dalil sebagai dasar penyusunan bukti formal. Karakteristik inilah yang menjadikan geometri deskriptif sebagai konteks yang relevan untuk mengkaji kemampuan pembuktian matematis mahasiswa. Mahasiswa tidak hanya dituntut menggambarkan objek secara tepat, tetapi juga menjelaskan kebenaran hubungan geometris tersebut secara logis.

Pentingnya kajian mengenai kemampuan pembuktian matematis ini juga ditunjukkan oleh tren peningkatan studi terkait topik ini dari tahun ke tahun (Dewi & Dasari, 2023; Wardani, Hasanah, & Rifa'i, 2024). Oleh karena itu upaya untuk terus mengungkap bagaimana proses berpikir mahasiswa dalam menyusun bukti matematis menjadi hal yang relevan dan perlu dilakukan secara berkelanjutan. Dalam hal ini termasuk pada ranah mata kuliah geometri deskriptif yang menuntut kemampuan visual-spasial sekaligus penalaran deduktif secara bersamaan.

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dalam mata kuliah Geometri Deskriptif, dengan memfokuskan penelitian pada dua orang mahasiswa yang memiliki kemampuan matematis pada kategori sedang cenderung tinggi. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa berkemampuan sedang dan mahasiswa sedang cenderung tinggi, serta menganalisis perbandingan proses dan kualitas pembuktian matematis di antara kedua subjek tersebut. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan kajian ilmiah mengenai karakteristik kemampuan pembuktian matematis mahasiswa, sekaligus menjadi bahan refleksi bagi dosen dalam merancang strategi pembelajaran Geometri Deskriptif yang lebih menekankan pada penguatan kemampuan pembuktian.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Penelitian kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif ini dilakukan pada mahasiswa yang menempuh mata kuliah Geometri Deskriptif Program Studi Pendidikan Matematika Universitas PGRI Sumenep. Subyek penelitian ini diambil dengan menggunakan metode purposive sampling (Sugiyono, 2019). Subyek tersebut adalah satu orang mahasiswa yang memiliki kemampuan sedang dan satu orang mahasiswa yang memiliki kemampuan sedang cenderung tinggi. Hal ini dilakukan karena subjek tersebut dianggap mampu: 1) memberikan informasi yang lebih lengkap dan mendalam, 2) menunjukkan proses berpikir yang relatif stabil, 3) merepresentasikan kelompok menengah-atas tanpa karakteristik ekstrem.

Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini adalah: (1) mengidentifikasi masalah dan menentukan tujuan; (2) menentukan desain penelitian sesuai dengan masalah dan tujuan penelitian; (3) menyusun instrumen penelitian; (4) menyusun soal yang akan diberikan kepada mahasiswa; (5) menentukan subyek penelitian; (6) memberikan tes untuk mengukur kemampuan pebuktian matematis yang menuntut mahasiswa menyusun bukti formal

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

terhadap suatu pernyataan geometris; (7) melakukan analisis data yang telah diperoleh; (8) membuat kesimpulan hasil penelitian.

Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan untuk mengukur kemampuan pembuktian matematis mahasiswa adalah tes, berupa soal uraian sebanyak 2 (dua) soal yang berkaitan dengan materi kuliah Geometri Deskriptif. Soal tes didesain agar kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dapat terukur dengan baik, yakni terlebih dahulu menyusun kisi-kisi soal dengan memperhatikan indikator kemampuan pembuktian matematis. Peneliti berperan sebagai instrumen utama (human instrument) dalam penelitian kualitatif ini, yang bertugas mengumpulkan, menafsirkan, dan memaknai data yang diperoleh dari lapangan.

Pada penelitian ini, indikator kemampuan pembuktian matematis merujuk pada indikator yang disusun oleh Matitaputty (2020). Indikator tersebut mencakup beberapa tahapan, yaitu: (1) memahami masalah dan informasi yang tersedia; (2) menyusun strategi atau rencana pembuktian; (3) menuliskan bukti secara formal dan sistematis; serta (4) memvalidasi kebenaran bukti yang telah disusun.

Teknik Analisis Data

Analisis data penelitian berupa analisis kualitatif dengan membandingkan hasil pekerjaan mahasiswa dengan mengacu pada indikator kemampuan pembuktian matematis. Keabsahan data penelitian ini dilakukan dengan melakukan triangulasi teknik, yaitu dengan membandingkan data yang diperoleh dari hasil tes tertulis dan member checking, yaitu mengonfirmasi kembali hasil analisis kepada subjek penelitian untuk memastikan interpretasi peneliti telah sesuai dengan maksud subjek yang sebenarnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

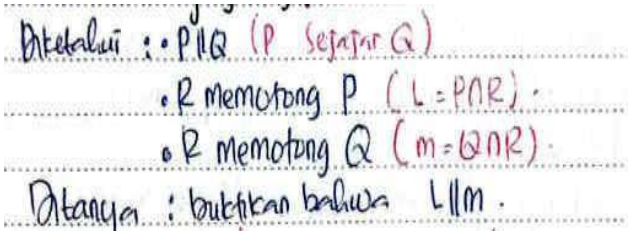
Hasil

Data yang diperoleh dari subyek penelitian dianalisis dengan merujuk pada indikator kemampuan pembuktian matematis yang dilakukan pada penelitian ini. Subyek penelitian dikategorikan dalam dua kategori, yakni mahasiswa yang memiliki kemampuan sedang (S1) dan mahasiswa yang memiliki kemampuan sedang cenderung tinggi (S2). Pemilihan subyek dalam kategori ini berdasarkan hasil UTS mata kuliah Geometri Deskriptif.

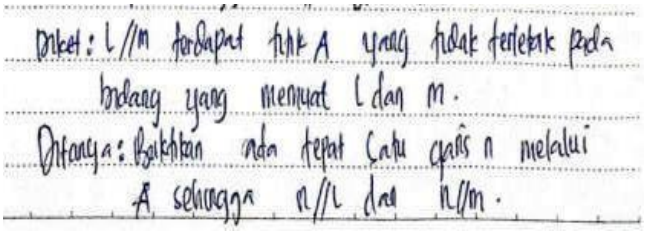
S1 dan S2 menyelesaikan dua soal berupa pernyataan materi geometri deskriptif yang harus dibuktikan. Berikut ini adalah kedua pernyataan yang dimaksud: (1) Apabila bidang P sejajar dengan bidang Q dan bidang R memotong bidang P dan bidang Q, maka himpunan P ∩ R dan himpunan Q ∩ R adalah garis-garis yang sejajar. (2) Apabila l // m dan titik A tidak terletak pada bidang yang memuat l dan m, maka ada garis tunggal n yang memuat A sehingga n // p dan n//m.

Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Subjek 1 (S1)

Tahap Memahami Masalah



Gambar 1. Hasil Tes S1 Tahap Memahami Masalah Pada Soal Nomor 1



Gambar 2. Hasil Tes S1 Tahap Memahami Masalah Pada Soal Nomor 2

Pada tahap memahami masalah, S1 mengidentifikasi apa yang menjadi data dari pernyataan yang diberikan. Hal ini dilakukan pada pernyataan nomor 1 maupun nomor 2. Pada soal nomor 1, sebagaimana ditampilkan pada gambar 1, S1 menuliskan data yang diketahui dan menterjemahkannya dalam simbol matematis. Hal ini menunjukkan bahwa S1 mampu menterjemahkan informasi dalam pernyataan dan mengaitkannya dengan konsep yang telah dipahami. Hasil pekerjaan S1 pada bagian ini menunjukkan bahwa subyek memahami simbol-simbol yang digunakan dalam geometri, yakni simbol untuk titik, garis, dan bidang, serta simbol sejajar maupun perpotongan dua bidang. S1 menuliskan simbol l untuk mewakili kalimat bidang R memotong bidang P, serta m untuk mewakili kalimat bidang R memotong bidang Q. Akan tetapi, S1 tidak menuliskan secara jelas bahwa P dan Q adalah bidang, serta l dan m adalah garis.

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

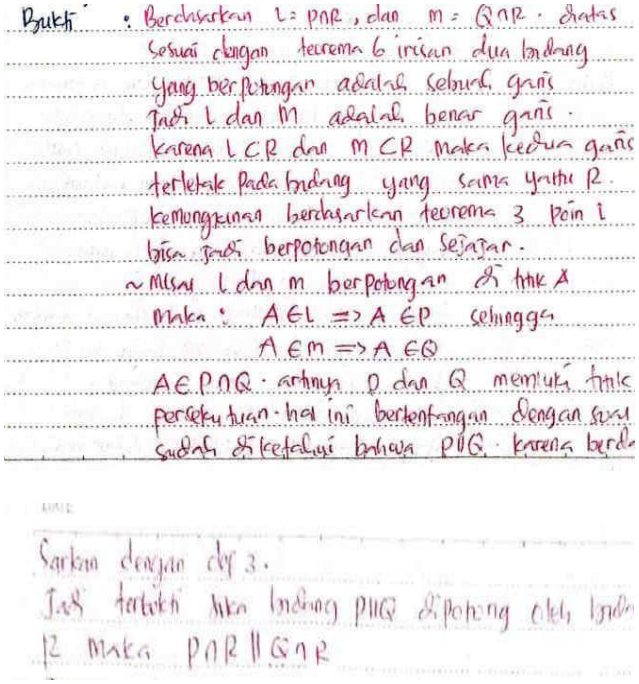
S1 juga telah mengidentifikasi apa yang harus dibuktikan dari pernyataan yang diberikan dengan menuliskannya dalam kalimat perintah. Pada bagin ini, S1 telah mengaitkan kalimat dalam pernyataan dengan simbol matematis yang telah dirumuskannya pada bagian yang diketahui, yakni l dan m. Pada soal nomor 2, sebagaimana ditampilkan pada gambar 2, S1 menuliskan data yang ditemukannya dari pernyataan yang diberikan serta mengidentifikasi apa yang harus dibuktikan dari pernyataan tersebut. S1 pada soal ini konsisten menuliskan kalimat perintah untuk menyatakan apa yang harus dibuktikan. S1 menuliskan bagian yang diketahui maupun yang ditanyakan dengan menuliskan ulang kalimat dari pernyataan yang diberikan menggunakan kalimat lain yang sesuai. Pada bagian ditanya, S1 menuliskan kalimat "ada garis tunggal n yang memuat A sehingga n//l dan n//m" dengan kalimat "ada tepat satu garis n melalui A sehingga n//l dan n//m. Hal ini menunjukkan bahwa S1 memahami masalah pada soal nomor 2 ini.

Tahap Menyusun Strategi Pembuktian

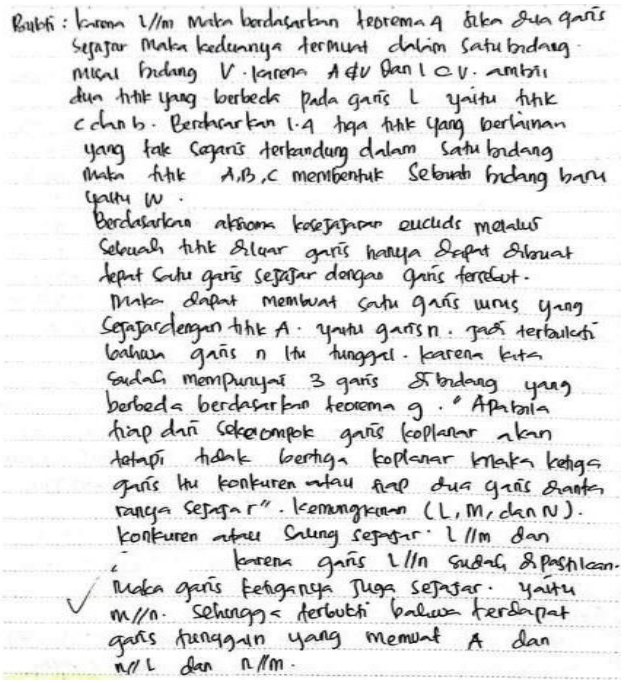
Pada soal nomor 1, hasil pekerjaan S1 menunjukkan bahwa sejak dari tahap mengidentifikasi data pada pernyataan yang diberikan, subyek telah menyusun strategi pembuktian yang akan dilakukannya. Penulisan $l = P \cap R$ dan $m = Q \cap R$ sebagai representasi perpotongan bidang R dan bidang P serta perpotongan bidang R dan bidang Q menunjukkan bahwa S1 menggunakan strategi pembuktian dengan mengaitkan kosep perpotongan dua bidang adalah suatu garis. Penulisan kalimat "buktikan nahwa l//m" pada bagian "ditanya" menunjukkan bahwa S1 telah menterjemahkan informasi dalam soal dan memilih dalil atau fakta terkait yang relevan yakni akan membuktikan pernyataan yang diberikan dengan menggunakan konsep kesejajaran dua garis. Selanjutnya pada bagian bukti, hasil pekerjaan S1 menunjukkan bahwa pembuktiannya dilakukan dengan menggunakan kontradiksi.

Pada soal nomor 2, hasil pekerjaan S1 menunjukkan bahwa pembuktian pernyataan dilakukan dengan mengaitkan konsep titik dengan garis, garis dengan garis, dan garis dengan bidang. Hal ini ditunjukkan dari pernyataan yang dituliskannya pada bagian "ditanya" menggunakan kalimat yang relevan dengan kalimat pada pernyataan yang diberikan. Selanjutnya pada bagian "bukti" menunjukkan bahwa S1 membuktikan pernyaan dengan menggunakan aksioma dan dalil yang terkait dengan konsep-konsep tersebut.

Tahap Menuliskan Bukti Formal



Gambar 3. Hasil Tes S1 Taha Menuliskan Bukti Formal Pada So Nomor 1



Gambar 4. Hasil Tes S1 Tahap Menuliskan Bukti Formal Pada Soal Nomor 2

Pada soal nomor 1, sebagaimana ditampilkan pada gambar 3, S1 menuliskan secara rinci penerapan konsep bahwa irisan dua bidang adalah suatu garis, dalam hal ini garis tersebut disimbolkan sebagai l dan m. Selanjutnya S1 menggunakan dalil bahwa dua garis yang berbeda dan sebidang kemungkinan sejajar ataupun berpotongan. S1 menggunakan pembuktian bahwa l sejajar dengan m dengan menggunakan kontradiksi. S1 menuliskan keterkaitan antar teorema serta definisi yang digunakan dengan penjelasan yang runtut sehingga

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

diperoleh bukti yang logis.

Pada soal nomor 2, sebagaimana ditampilkan pada gambar 4, S1 membuktikan pernyataan yang diberikan dengan menggunakan teorema dan definisi kesejajaran dua garis, kemudian dikaitkan dengan garis dan bidang. S1 telah memilih dalil dan mengaitkan data yang relevan dari pernyataan yang diberikan serta meggunakan simbol dan notasi matematika yang sesuai. Keterkaitan definisi, aksioma dan teorema dituliskan secara runtut dengan mengaitkan fakta yang diperoleh dari pernyataan yang diberikan.

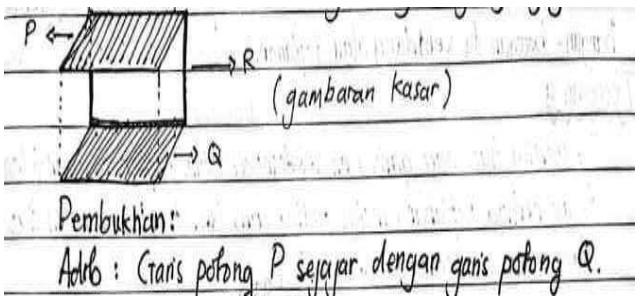
Tahap Memvalidasi Bukti

Pada soal nomor 1 maupun nomor 2, S1 memvalidasi bukti yang disusun dengan menggunakan fakta yang ditemukan dalam soal. Selanjutnya, S1 menarik kesimpulan pembuktian dengan mengguakan fakta dan data tersebut.

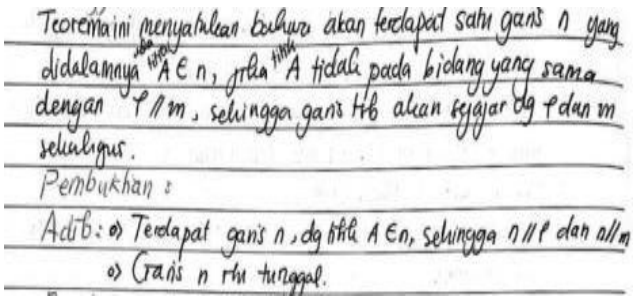
Simpulan Kemampuan S1

Berdasarkan hasil analisis pekerjaan S1 pada pernyataan nomor 1 maupun nomor 2, dapat disimpulkan bahwa S1 mampu memahami masalah dengan baik. S1 juga menyusun strategi pembuktian yang logis sehingga memungkinkan diperoleh bukti yang valid. Bukti formal yang disusun oleh S1, baik pada nomor 1 maupun nomor 2, menunjukkan kemampuan mengaitkan konsep-konsep yang telah dipahami serta fakta dan data yang diberikan dengan baik, mengungkapkannya dalam uraian yang runtut dan logis sehingga diperoleh bukti yang valid.

Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Subjek 2 (S2)
Tahap Memahami Masalah



Gambar 5. Hasil Tes S2 Tahap Memahami Masalah Pada Soal Nomor 1



Gambar 6. Hasil Tes S2 Tahap Memahami Masalah Pada Soal Nomor 2

Pada soal nomor 1, sebagaimana ditampilkan pada gambar 5, S2 memberikan gambaran visual dari pernyataan yang diberikan. Akan tetapi, S2 tidak menuliskan apa yang diketahui dari pernyataan yang diberikan. S2 mengidentifikasi apa yang harus dibuktikan. Hal ini ditunjukkan dengan menuliskan yang akan dibuktikan adalah "Garis potong P sejajar dengan garis potong Q". Kalimat tersebut tidak dapat diartikan dengan tidak didefinisikannya apa yang dimaksud dengan garis potong P maupun garis potong Q. Penulisan simbol garis yang seharusnya menggunakan huruf kecil, tetapi ditulis dalam huruf kapital. Identifikasi yang dituliskan ini belum sesuai dengan pernyataan yang diberikan. Pada tahap memahami masalah nomor 1 ini, S2 tidak menunjukkan bahwa subyek memiliki pemahaman masalah yang baik.

Pada soal nomor 2, sebagaimana ditampilkan pada gambar 6, S2 menuliskan kembali pernyataan yang diberikan dengan menggunakan kalimat yang disusunnya sendiri. Data yang dituliskan dalam kalimat tersebut sesuai dengan pernyataan soal. S2 juga mengidentifikasi apa yang harus dibuktikan secara lengkap, menuliskan dalam pernyataan menggunakan simbol matematika yang sesuai, serta tepat sebagaimana pernyataan yang diberikan di nomor 2. Hal ini menunjukkan bahwa S2 memahami masalah nomor 2 ini dengan baik.

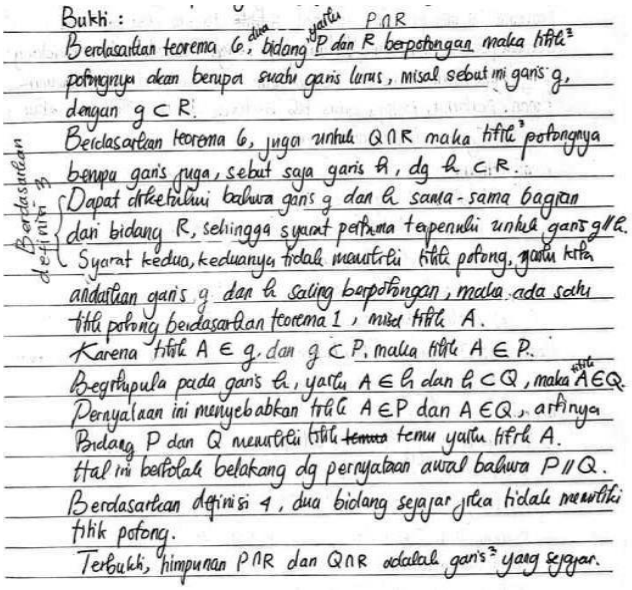
Tahap Menyusun Strategi Pembuktian

S2 memulai pembuktian dengan mendefinisikan garis g dan h berturut-turut sebagai garis potong bidang P dengan bidang R dan garis potong bidang Q dengan bidang R menggunakan teorema bahwa perpotongan dua bidang adalah suatu garis. S2 juga mengaitkan fakta yang diperoleh dengan definisi dua garis sejajar. Selanjutnya, S2 menggunakan kontradiksi untuk membuktikan bahwa syarat kesejajaran g dan h terpenuhi.

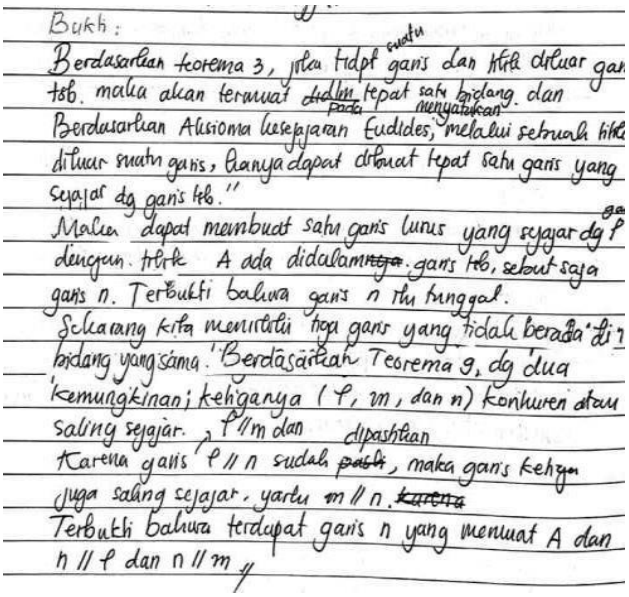
Pada soal nomor 2, hasil pekerjaan S2 menunjukkan bahwa subyek mengaitkan data yang diperoleh dari pernyataan yang diberikan dengan teorema yang berkaitan. Selanjutnya, S2 membuktikan ketunggalan garis yang diminta untuk dibuktikan dengan menggunakan aksioma kesejajaran Euclides. S2 juga mengaitkan fakta yang diperoleh dengan teorema yang berkaitan untuk memperoleh pembuktian yang valid.

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

Tahap Menuliskan Bukti Formal



Gambar 7. Hasil Tes S2 Taha Menuliskan Bukti Formal Pada Soa Nomor 1



Gambar 8. Hasil Tes S2 Tahap Menuliskan Bukti Formal Pada Soal Nomor 1

Pada soal nomor 1, sebagaimana ditunjukkan pada gambar 7, S2 menyusun bukti dari pernyataan yang diberikan dengan mengaitkan teorema tentang perpotongan dua bidang untuk memperoleh fakta terdapat dua garis, g dan h. Meskipun pada tahap memahami masalah, S2 tidak menunjukkan pemahamannya terhadap masalah yang diberikan, tetapi pada bagian bukti menuliskan kaitan antara konsep garis dan bidang, bidang dan bidang, serta garis dan titik dengan baik. S2 mampu menunjukkan g dan h memenuhi definisi garis sejajar, yakni kedua garis tersebut sebidang dan tidak berpotongan menggunakan dalil dan fakta yang diperoleh. S2 menuliskan kaitan antar teorema serta definisi dengan fakta fakta pembuktian yang diperoleh secara baik dan runtut, sehingga diperoleh kesimpulan pembuktian yang logis.

Pada soal nomor 2, sebagaimana ditunjukkan pada gambar 8, S2 menyusun bukti formal dengan megaitkan teorema yang relevan dengan data yang diperoleh dari pernyataan yang diberikan. S2 juga menggunakan aksioma kesejajaran Euclides untuk memperoleh fakta terdapat garis tunggal n yang melalui titik A. Selanjutnya S2 mengaitkan fakta yang diperoleh dengan teorema bahwa garis-garis l, m, dan n saling sejajar, yakni l//m, l//n, dan m//n. S2 menyusun bukti formal secara tuntut dan uraian yang logis dalam mengaitkan aksioma, definisi dan teorema yang relevan.

Tahap Memvalidasi Bukti

Pada soal nomor 1 maupun nomor 2, S2 melakukan validasi pembuktian yang disusun dengan menggunakan data yang telah diberikan dan fakta pembuktian yang diperoleh langkah per langkah dikaitkan dengan aksioma dan teorema yang terkait. Susunan dan urutan logis yang dituliskan dalam bagian bukti menunjukkan bahwa S2 melakukan validasi secara bertahap dan terus menerus sampai dengan apa yang akan dibuktikan terbukti dengan baik.

Simpulan Kemampuan S2

Berdasarkan hasil pekerjaan S2 pada soal nomor 1 dan 2, dapat diketahui kemampuan pembuktian matematis subyek. S2 memahami masalah dengan mengungkapkan pernyataan yang diberikan ke dalam kalimat lain yang dipahaminya atau menggunakan visualisasi pernyataan tersebut. S2 tidak menuliskan satu per satu data dari soal yang diberikan tetapi menuliskan apa yang akan dibuktikan dengan rinci. S2 menyusun strategi pembuktian dengan menggunakan urutan aksioma, definisi, dan teorema untuk memperoleh fakta pembuktian berkaitan dengan data di soal. Hal ini menunjukkan S2 mampu mengaitkan fakta dan konsep secara baik dan logis, sehingga bukti formal yang disusunnya runtut. Pada akhirnya, S2 dapat membuktian pernyataan yang diberikan secara valid.

Perbandingan Kemampuan Pembuktian Matematis S1 dan S2

Berdasakan hasil analisis kemampuan pembuktian matematis S1 dan S2, perbandingan keduanya dapat ditampilkan pada table 1 berikut ini.

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

Tabel 1. Perbandingan Kemampuan Pembuktian Matematis S1 dan S2

Indikator	Subjek 1 (Sedang)	Subjek 2 (Cenderung Tinggi)
Memahami Masalah	S1 mampu memahami masalah secara baik dengan menuliskan data yang diperoleh dari pernyataan yang diberikan menggunakan simbol matematis yang relevan atau menggunakan kalimat yang sesuai dengan pernyataan di soal. S2 menuliskan apa yang akan dibuktikan dengan jelas	S2 memahami masalah dengan mengungkapkan pernyataan yang diberikan ke dalam kalimat lain yang dipahaminya atau menggunakan visualisasi pernyataan tersebut. S2 tidak menuliskan satu per satu data dari soal yang diberikan tetapi menuliskan apa yang akan dibuktikan dengan rinci
Menyusun strategi	S1 juga menyusun strategi pembuktian yang logis melalui urutan pengaitan definisi, aksioma, dan teorema terkait dengan data dan fakta pembuktian sehingga memungkinkan diperoleh bukti yang valid	S2 menyusun strategi pembuktian dengan menggunakan urutan aksioma, definisi, dan teorema untuk memperoleh fakta pembuktian berkaitan dengan data di soal.
Menuliskan bukti formal	Bukti formal yang disusun oleh S1 menunjukkan kemampuan mengaitkan konsep-konsep yang telah dipahami serta fakta dan data yang diberikan dengan baik, mengungkapkannya dalam uraian yang runtut dan logis sehingga diperoleh bukti yang baik.	S2 mampu menyusun bukti formal dengan mengaitkan konsep-konsep yang relevan serta fakta dan data yang diberikan secara baik, mengungkapkannya dalam uraian yang runtut dan logis sehingga diperoleh bukti yang baik.
Memvalidasi bukti	S1 menggunakan urutan langkah yang mengaitkan data dengan aksioma, definisi, dan teorema secara logis sehingga diperoleh bukti yang runtut.	S2 memvalidasi bukti dengan mengaitkan fakta dan konsep secara runtut dan logis, sehingga rangkaian pembuktian yang disusunnya logis.

Pembahasan

Berdasarkan analisis jawaban subyek, dapat diketahui bahwa kemampuan pembuktian matematis kedua subjek dalam kategori baik. Kedua subyek penelitian menyusun pembuktian dengan menuliskan bukti secara konsisten mengaitkan data yang diperoleh dari pernyataan yang diberikan dengan aksioma, definisi, dan teorema yang relevan. Selain itu, keduanya juga menggunakan simbol-simbol matematika yang formal, meskipun dalam beberapa tulisan terdapat kesalahan. Dengan demikian, subyek penelitian menggunakan strategi pembuktian sintaksis (Mahfudy. 2017).

Bukti formal yang disusun oleh kedua subyek dapat dikatakan relatif sama, meskipun ungkapan penulisannya tidak sama persis. Subyek dengan kemampuan sedang maupun kemampuan sedang cenderung tinggi tidak menunjukkan kesulitan yang cukup dalam menyusun pembuktian dari pernyataan yang diberikan, meskipun terdapat kesalahan penulisan simbol garis (seharusnya degan huruf kecil, tetapi dituliskan dengan huruf kapital). Hasil ini berbeda dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Mujib (2019).

KESIMPULAN

Simpulan yang diperoleh dari hasil penelitian ini adalah subyek penelitian dengan kemampuan sedang maupun subyek dengan kemampuan sedang cenderung tinggi memiliki kemampuan pembuktian yang baik, meskipun dalam beberapa penulisan simbol matematis terjadi kesalahan. Hal ini ditunjukkan dari hasil pekerjaan kedua subyek, yakni keduanya mampu: memahami masalah yang diberikan; menyusun strategi pembuktian yang akan dilakukan; menuliskan bukti formal sebagaimana strategi yang dipilih; dan melakukan validasi pembuktian yang disusun. Kedua subyek menggunakan strategi pembuktian sintaksis dalam menyusun bukti formal dari pernyataan yang diberikan.

Dalam hal ini, simpulan ini tidak digunakan untuk membuat generalisir terhadap semua mahasiswa dalam populasi. Akan tetapi, pemilihan subyek yang merupakan kategori sedang dan sedang cenderung tinggi, menjadikan hasil penelitian ini tidak hanya bagi mahasiswa yang ekstrim tinggi kemampuan akademisnya.

REFERENSI

Afandi, A., & Angkotasan, N. (2021). Analisis kemampuan pembuktian matematis mahasiswa melalui pendekatan deduktif pada mata kuliah geometri. *Jurnal Pendidikan Guru Matematika, 1*(2).

Dewi, N. S., & Dasari, D. (2023). Systematic literature review: Kemampuan pembuktian matematis. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika, 7*(1), 240–254.

Erawati, N. K., & Purwati, N. K. R. (2020). Kemampuan pembuktian matematika berdasarkan gender dan gaya belajar. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika, 4*(2), 109–120.

e-ISSN: 2963 – 198X
p-ISSN: 2963 – 2498

Hidayati, D. W., & Wahyuni, A. (2020). Analisis kemampuan pembuktian matematis parabola menggunakan guided learning berdasarkan tingkat resiliensi. *Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika (JIPM), 2*(2), 121–130.

Khusna, H., & Miatun, A. (2024). Self-regulated learning sebagai prediktor kemampuan pembuktian matematis calon guru matematika. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika, 9*(2), 131–140.

Kumanireng, L. B. (2022). Problematika pembuktian matematis mahasiswa pada geometri transformasi di Institut Keguruan dan Teknologi Larantuka. *EDUKREASI: Jurnal Penelitian Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, 7*(2), 14–21.

Mahfudy, S. (2017). Strategi pembuktian matematis mahasiswa pada soal geometri. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika), 1*(1).

Matitaputty, C. (2020). Persepsi mahasiswa dalam memvalidasi bukti matematis. *Jurnal Magister Pendidikan Matematika (JUMADIKA), 2*(2), 60–65.

Mujib, A. (2019). Kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis: Problem matematika diskrit. *Jurnal MathEducation Nusantara, 2*(1), 51–57.

Sugiyono. (2019). *Metode penelitian pendidikan*. Alfabeta.